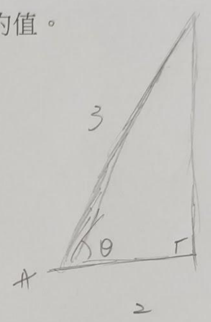
單元 10 直角三角形的三角比

建議配分 每題 10 分。

1. 已知 $\angle A$ 為銳角且 $\cos A = \dfrac{2}{3}$，求 $\sin A$ 和 $\tan A$ 的值。

解▸

$\cos = \dfrac{斜}{鄰}$



$x = \sqrt{5}$

$x = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

$\sin A = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A\ \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

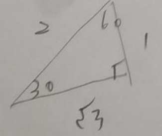
2. 求下列各式的值：

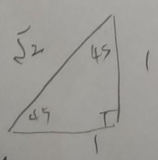
(1) $\sin^2 45° + \tan 30° \sin 60°$ 。 (2) $\dfrac{\sin 60° - \tan 45°}{\tan 60° - 2\tan 45°}$ 。

解▸

(1) $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

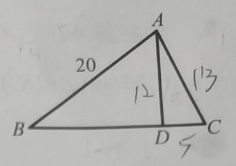
$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1$ #





(2) $\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1}{\sqrt{3} - 2 \times 1} = \dfrac{\sqrt{3} - 2}{2(\sqrt{3} - 2)} = \dfrac{1}{2}$

如右圖，在△ABC中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$。已知$\overline{AB}=20$，$\sin B=\frac{3}{5}$，$\sin C=\frac{12}{13}$，求$\overline{BC}$的值。



$\sin B=\frac{對}{斜}=\frac{3}{5}$

$\sin C=\frac{對}{斜}=\frac{12}{13}$

3-4-5

5-12-13

8-15-17

$\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=\sqrt{4}$

$\overline{AB}=20$，$\overline{BD}=12$，$\overline{AD}=16$

$\overline{BC}=12+5=17$

已知θ為銳角，且滿足方程式$2\cos^2\theta+3\cos\theta=2$，求$\tan\theta$的值。

$x=\cos\theta$

原式 $\Rightarrow 2x^2+3x=2$

$2x^2+3x-2=0$

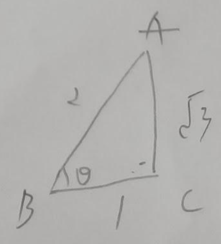
$(x+2)(2x-1)=0$

$\cos\theta=x=-2$ or $\frac{1}{2}$

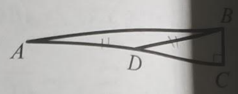
$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$

$1 \quad 2$
$2 \quad -1$
$4-1=3$

$0<\cos\theta<1$



5. 如右圖，在$\triangle ABC$中，$\overline{BC} \perp \overline{AC}$，$\overline{AD}=\overline{BD}$。



已知$\sin(\angle BDC)=\dfrac{1}{3}$，求$\tan A$的值。

解▶

$3-2\sqrt{2}$

6. 求$\sin^2 25°+\sin^2 35°+\sin^2 55°+\sin^2 65°$的值。

解▶

(1) $\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

(3)

$\sin\theta=\cos(90°-\theta)$

$\cos\theta=\sin(90°-\theta)$

$\sin 65° = \cos 25°$

$\sin 55° = \cos 35°$

$\sin^2 25°+\sin^2 35°+\cos^2 35°+\cos^2 25°$

$=1+1=2$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

已知 θ 為銳角，且 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{2}$，求 $\sin\theta\cos\theta$ 的值。

$(\sin\theta+\cos\theta)^2 = \sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

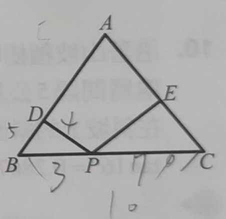
$= 1+2\sin\theta\cos\theta = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$1+2\sin\theta\cos\theta = \frac{5}{4}$

$2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{4}$

$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{8}$

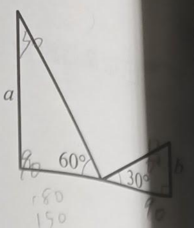
如右圖，在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$P$ 為 $\overline{BC}$ 上一點，$\overline{PD}\perp\overline{AB}$，$\overline{PE}\perp\overline{AC}$。已知 $\overline{BC}=10$，$\sin B=\frac{4}{5}$，求 $\overline{PD}+\overline{PE}$ 的值。



$\sin B = \frac{對}{斜}$

A: 8

9. 兩旗桿立於地面上，其高分別為 a，b。今由兩旗桿底部連線的中點分別拉繩子至旗桿頂，已知繩子與水平線的夾角分別為 $60°$ 與 $30°$，如右圖所示，求 $a:b$ 之比值。



解▸

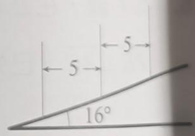
大 30°-90°-60°

小 30°-90°-60°

1 : √3

A = 3 : 1 = $\frac{3}{1}$ = 3

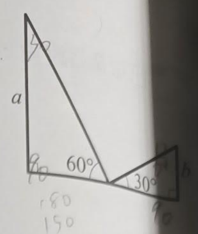
10. 沿著山坡種樹時，為了使樹木有足夠的生長空間，每棵樹的水平距離需間隔5公尺，如右圖所示。已知斜坡坡度為 $16°$，求相鄰兩樹在斜坡上的斜面距離。（參考數值 $\sin 16° = 0.2756$，$\cos 16° = 0.9613$，$\tan 16° = 0.2867$，四捨五入至小數點後第二位）



解▸

5.20 公尺

9. 兩旗桿立於地面上，其高分別為 a，b。今由兩旗桿底部連線的中點分別拉繩子至旗桿頂，已知繩子與水平線的夾角分別為 $60°$ 與 $30°$，如右圖所示，求 $a:b$ 之比值。



解▸

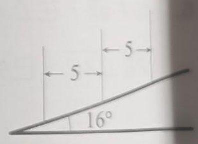
大 30°-90°-60°

小 30°-90°-60°

1 : 3

A = 3 : 1 = $\frac{3}{1}$ = 3

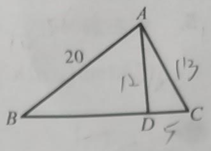
10. 沿著山坡種樹時，為了使樹木有足夠的生長空間，每棵樹的水平距離需間隔5公尺，如右圖所示。已知斜坡坡度為 $16°$，求相鄰兩樹在斜坡上的斜面距離。（參考數值 $\sin 16° = 0.2756$，$\cos 16° = 0.9613$，$\tan 16° = 0.2867$，四捨五入至小數點後第二位）



解▸

5.20 公尺

如右圖，在$\triangle ABC$中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$。已知$\overline{AB}=20$，$\sin B=\frac{3}{5}$，$\sin C=\frac{12}{13}$，求$\overline{BC}$的值。



$\sin B=\frac{對}{斜}=\frac{3}{5}$

$\sin C=\frac{對}{斜}=\frac{12}{13}$

3-4-5

5-12-13

8-15-17

$\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{25-9}=\sqrt{16}=\sqrt{4}$

$\overline{AB}=20$，$\overline{BD}=12$，$\overline{AD}=16$

$\overline{BC}=12+5=17$

已知θ為銳角，且滿足方程式$2\cos^2\theta+3\cos\theta=2$，求$\tan\theta$的值。

$x=\cos\theta$

原式 $\Rightarrow 2x^2+3x=2$

$2x^2+3x-2=0$

$(x+2)(2x-1)=0$

$\cos\theta=x=-2$ or $\frac{1}{2}$

$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$

1 X 2
2 -1
4-1=3

$0<\cos\theta<1$