解答

一、填充題

1. $\dfrac{20\sqrt{3}}{11}$

2. $10\sqrt{2}$

3. 5

4. 4

5. $120\sqrt{2}-40\sqrt{6}$

6. $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right):2\sqrt{2}:2\sqrt{3}$

7. 120

8. (1) $\sqrt{7}$

(2) $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

二、計算題

1. $10\sqrt{3}$

2. (1) $-\dfrac{4}{3}$

(2) $-\dfrac{4}{3}$

解析

一、填充題

1. 設 $\overline{AD}=x$，

$\triangle ABC$ 面積 = $\triangle ACD$ 面積 + $\triangle ABD$ 面積

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 5\times \sin 90^\circ=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times x\times \sin 60^\circ+\dfrac{1}{2}\times 5\times x\times \sin 30^\circ$

$\Rightarrow x=\dfrac{20\sqrt{3}}{11}$ 。

2. 由面積公式可得

$\triangle ABC$ 面積$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\times \sin 135^\circ=20\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$ 。

3. $\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B=180^\circ-87^\circ-63^\circ=30^\circ$，

$2R=\dfrac{\overline{AB}}{\sin C}=\dfrac{5}{\sin 30^\circ}\Rightarrow R=5$。

4. $\angle B=180^\circ-\angle A-\angle C=180^\circ-45^\circ-75^\circ=60^\circ$，

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}\Rightarrow \dfrac{a}{\sin 45^\circ}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sin 60^\circ}\Rightarrow a=\dfrac{2\sqrt{6}\times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$ 。

5. $\angle ACB = 180° - 45° - 60° = 75°$，

由正弦定理：$\dfrac{\overline{AC}}{\sin 60°} = \dfrac{\overline{AB}}{\sin 75°} = \dfrac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{80}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$，

故 $\overline{AC} = 120\sqrt{2} - 40\sqrt{6}$（公尺）。

6. 因為 $\triangle ABC$ 的內角和為 $180°$，

所以 $\angle A = \dfrac{1}{12} \times 180° = 15°$，$\angle B = \dfrac{3}{12} \times 180° = 45°$，$\angle C = \dfrac{8}{12} \times 180° = 120°$，

故 $a:b:c = \sin A : \sin B : \sin C = \sin 15° : \sin 45° : \sin 120°$

$$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} = \left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right) : 2\sqrt{2} : 2\sqrt{3}$$ 。

7. 令 $a = 3k$，$b = 5k$，$c = 7k$，

$\cos C = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \dfrac{(3k)^2+(5k)^2-(7k)^2}{2 \times 3k \times 5k} = -\dfrac{1}{2}$，

所以 $\angle C = 120°$。

8. (1) 由餘弦定理

$\overline{BC}^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \times \cos 60° = 9 + 4 - 6 = 7$，

所以 $\overline{BC} = \sqrt{7}$ 。

(2) $\cos B = \dfrac{3^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2 - 2^2}{2 \times 3 \times \sqrt{7}} = \dfrac{9+7-4}{6\sqrt{7}} = \dfrac{2}{\sqrt{7}} = \dfrac{2\sqrt{7}}{7}$ 。

二、計算題

1. 因為 $s = \dfrac{5+8+7}{2} = 10$，利用海龍公式得

$\triangle ABC$ 的面積 $= \sqrt{10 \times (10-5) \times (10-8) \times (10-7)} = \sqrt{10 \times 5 \times 2 \times 3} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$，

故 $\triangle ABC$ 的面積為 $10\sqrt{3}$ 。

2. (1) 直線 OP 的斜率為 $\dfrac{4-0}{-3-0} = -\dfrac{4}{3}$ 。

(2) $\tan\theta$ 的值等於直線 OP 的斜率 $-\dfrac{4}{3}$ 。