一、單選題

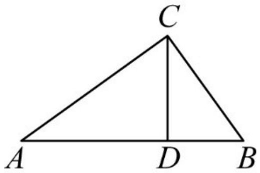
1. （　　）求 tan60°sin45° + cos60°的值為 (A)$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$　(B)$\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　(C)$\frac{\sqrt{2}+1}{2}$　(D)$\frac{\sqrt{6}+1}{2}$　(E)$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

【龍騰自命題】

解答　D

解析　原式$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+1}{2}$

2. （　　）如圖，直角△ABC 中，$\angle C=90°$，$\overline{AB}=1$，$\overline{CD}$ 為斜邊上的高，則 $\overline{BD}$ 長可用下列何者表示？



(A)sin$A$　(B)cos$A$　(C)sin$A$cos$A$　(D)sin^2A　(E)cos^2A

【臺中一中段考】

解答　D

解析　$\overline{BD}=\overline{BC}\times\sin A=(\overline{AB}\times\sin A)\times\sin A=(1\times\sin A)\times\sin A=\sin^2 A$

3. （　　）設 $\angle A$ 為銳角，$\tan A=\frac{1}{3}$，則 $\frac{\sin A+2\cos A}{3\sin A+4\cos A}=$

(A)$\frac{7}{3}$　(B)$\frac{7}{5}$　(C)$\frac{7}{15}$　(D)$\frac{15}{7}$　(E)$\frac{5}{7}$

【POWER 習作簿】

解答　C

解析　分子、分母同÷cos A 得

$$\frac{\tan A+2}{3\tan A+4}=\frac{\frac{7}{3}}{5}=\frac{7}{15}$$

二、填充題

1. 求 $\sqrt{3}\tan 30°+\sqrt{2}\sin 45°+\cos 60°=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

【龍騰自命題】

解答　$\frac{5}{2}$

解析　原式$=\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}=1+1+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$ 。

2. θ 為銳角，若 $\tan\theta=\frac{4}{3}$，求 $\cos\theta+\sin\theta\times\tan\theta=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

【龍騰自命題】

解答　$\dfrac{5}{3}$

解析　因為 $\tan\theta=\dfrac{4}{3}$，如圖，

$\sin\theta=\dfrac{4}{5}$，$\cos\theta=\dfrac{3}{5}$，

則 $\cos\theta+\sin\theta\times\tan\theta=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{9+16}{15}=\dfrac{25}{15}=\dfrac{5}{3}$。

3.　如圖，四邊形 $HABG$，$GBCF$，$FCDE$ 均為正方形，且 $\angle EAD=\alpha$，$\angle EBD=\beta$，$\angle ECD=\gamma$，求 $\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=$____________。

【龍騰自命題】

解答　$\dfrac{11}{6}$

解析　設正方形的邊長為 1，

則 $\overline{AD}=3$，$\overline{BD}=2$，$\tan\alpha=\dfrac{1}{3}$，$\tan\beta=\dfrac{1}{2}$，$\tan\gamma=1$，

所以 $\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{11}{6}$。

4.　如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，已知 $\overline{AB}=15$，$\sin B=\dfrac{3}{5}$，$\tan C=3$，則 $\overline{BC}=$____________。

【高雄女中段考】

解答　15

解析　$\overline{AD}=\overline{AB}\times\sin B=9$，$\overline{BD}=\overline{AB}\times\cos B=12$，$\overline{CD}=\overline{AD}\times\dfrac{1}{\tan C}=3$

$\Rightarrow\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=12+3=15$。

5.　如圖，一竹竿 $\overline{AB}$ 直立於地面上，早上八點在地面上的影子 $\overline{BC}$ 比十點的影子 $\overline{BD}$ 多 2 公尺，照射角度分別為 30°、45°，問竹竿 $\overline{AB}$ 長是____________公尺。

【龍騰自命題】

解答　$\sqrt{3}+1$

解析　設竹竿$\overline{AB}$的長為x，

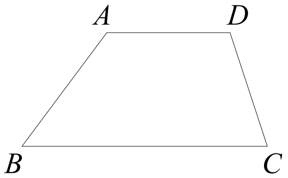
$\triangle ABD$中，$\angle ADB=45^\circ$，所以$\overline{BD}=x$，

$\triangle ABC$中，$\tan 30^\circ=\dfrac{x}{x+2}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$，

所以$\sqrt{3}x=x+2\Rightarrow x=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$（公尺）。

三、計算題

1. 如附圖，梯形$ABCD$中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$且$\overline{AD}=13$，$\overline{BC}=26$，若$\sin B=\dfrac{4}{5}$，$\sin C=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，試求梯形$ABCD$的面積。



【龍騰自命題】

解答　234平方單位

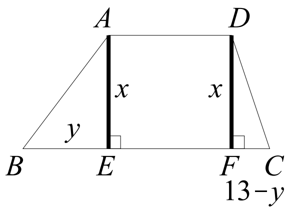
解析　分別過A，D作$\overline{BC}$的垂線，交於E，F兩點。

設$\overline{AE}=x$，$\overline{BE}=y$，則$\overline{CF}=26-y-13=13-y$，

已知$\sin B=\dfrac{4}{5}$，$\sin C=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，則$\tan B=\dfrac{4}{3}$，$\tan C=3$

$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x}{y}=\dfrac{4}{3}\\ \dfrac{x}{13-y}=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x-4y=0\\ x+3y=39\end{cases}$　得$x=12$，$y=9$，

故梯形$ABCD$的面積$=\dfrac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AE}=\dfrac{1}{2}(13+26)\times 12=234$（平方單位）。



2. 已知θ為銳角，且$\sin\theta-\cos\theta=\dfrac{1}{5}$，求下列各值：

(1)$\sin\theta\cos\theta$。

(2)$\sin^3\theta-\cos^3\theta$。

(3)$\sin\theta+\cos\theta$。

【龍騰自命題】

解答　(1)$\frac{12}{25}$

(2)$\frac{37}{125}$

(3)$\frac{7}{5}$

解析　(1)

$\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{5}$兩邊平方，得$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{25}$，

即$1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{25}$，故$\sin\theta\cos\theta=\frac{12}{25}$。

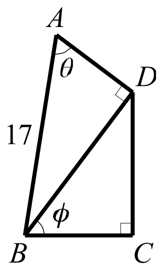
(2)$\sin^3\theta-\cos^3\theta=(\sin\theta-\cos\theta)(\sin^2\theta+\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)=\frac{1}{5}(1+\frac{12}{25})=\frac{37}{125}$。

(3)因為$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1+2(\frac{12}{25})=\frac{49}{25}$，

又θ為銳角，$\sin\theta>0$，$\cos\theta>0$，

所以$\sin\theta+\cos\theta=\frac{7}{5}$。

3.　如圖，$\triangle ABD$與$\triangle BCD$皆為直角三角形。已知$\overline{AB}=17$，$\sin\theta=\frac{15}{17}$，$\cos\phi=\frac{3}{5}$，求



(1)$\overline{BD}$的值。

(2)$\overline{BC}$的值。

(3)$\overline{CD}$的值。

【課本例題】

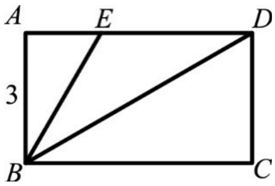
解答　(1)15　(2)9　(3)12

解析　(1) 在$\triangle ABD$中，$\overline{BD}=\overline{AB}\sin\theta=17\times\frac{15}{17}=15$。

(2)在$\triangle BCD$中，$\overline{BC}=\overline{BD}\cos\phi=15\times\frac{3}{5}=9$。

(3)由畢氏定理得$\overline{CD}=\sqrt{15^2-9^2}=12$。

4.　如圖，在矩形$ABCD$中，$\overline{BD}$、$\overline{BE}$三等分$\angle B$。已知$\overline{AB}=3$，求$\triangle BDE$的面積。



【SUPER 講義】

解答　$3\sqrt{3}$

解析　因為 $\overline{BD}$ ，$\overline{BE}$ 三等分 $\angle B$ ，所以 $\angle ABE = \angle EBD = \angle DBC = 30°$ ，

即 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCD$ 都是 $30° - 60° - 90°$ 的三角形。

又因為 $\overline{AB} = \overline{CD} = 3$ ，所以 $\overline{AE} = \sqrt{3}$ ，$\overline{BC} = 3\sqrt{3}$ ，

因此 $\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = \overline{BC} - \overline{AE} = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ 。

故 $\triangle BDE$ 的面積 $= \frac{1}{2} \times \overline{DE} \times \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$ 。